

Uzay-Zaman Kodlamalı Çoklu MSK Modülasyonu *

Ali Emre Pusane , Ümit Aygölu
İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Fakültesi
80626 Maslak, İstanbul
aygolu@ehb.itu.edu.tr

Özetçe

Uzay-zaman kodlaması, kullandığı iletim çeşitlemesi tekniği sayesinde gezgin sönümlenmeli kanallarda önemli kodlama kazançları sağlamaktadır. Şimdiye dek bu teknik PSK ve QAM modülasyon tekniklerine uygulanmışken, bu çalışmada ilk kez Hızlı Frekans Kaydırmalı Anahtarlama (Minimum Shift Keying, MSK) modülasyonuna uygulanmaktadır. Duruğumsu ve hızlı sönümlenmeli kanallarda tasarım ölçütleri göz önüne alınarak bir bilgisayar arama programı geliştirilerek optimum kodlar elde edilmekte ve elde edilen kodların hata başarımları bilgisayar benzetimi yardımıyla değerlendirilmektedir.

1 Giriş

Hızlı frekans kaydırmalı anahtarlama (Minimum Shift Keying, MSK) modülasyonu, sürekli faz modülasyonunun özel bir biçimi olarak sabit zarf, band verimliliği gibi özellikleri nedeniyle band ve/veya güç sınırlı iletişim ortamları için oldukça uygun bir modülasyon tekniğidir. Yapısında barındırdığı doğal kodlamaya [1] ek olarak band verimliliğinden bir miktar özveride bulunularak güç verimliliğinin kodlama işlemi yardımıyla daha da artırılabilir olması, bu modülasyon tekniğini söz konusu iletişim ortamları için daha da çekici duruma getirmektedir. Son yıllarda yaygın olarak incelenen ve sistemin kodlama kazancını artıran bu tür yöntemler genellikle kafes kodlamalı modülasyon (trellis coded modulation, TCM) tekniğine dayanır. MSK modülasyonu, toplamsal beyaz Gauss gürültülü kanalların yanısıra özellikle gezgin iletişim sistemlerinde karşılaşılan sönümlenmeli (fading) kanallar için de çok uygun bir modülasyon tekniğidir.

Kafes kodlamalı sistemler için Gauss gürültülü kanallarda, özellikle yüksek işaret/gürültü oranlarında, hata başarımları ölçütü serbest Öklid uzaklığı olmasına karşın, sönümlenmeli kanallarda, yüksek işaret/gürültü oranlarında en önemli hata başarımları ölçütü etkin kod uzunluğu (effective code length, ECL), ikincil olarak da çarpımsal uzaklıktır (product distance, d_p^2). İyi bir kod tasarımında, etkin kod uzunluğunun ve çarpımsal uzaklığının olabildiğince büyük yapılmasına çalışılır. MSK modülasyonunda etkin kod uzunluğu ve çarpımsal uzaklığı artırmanın bir yolu da çoklu kafes kodlaması (multiple trellis coding) kullanılmasıdır. Birden çok kafes adımının birleştirilmesi sonucunda oluşturulan yeni kafesde her dala birden fazla simge eşleştirilerek kodun etkin kod uzunluğu ve çarpımsal uzaklığı oldukça artırılır.

Sönümlenmeli kanallarda hata başarımlarını artırmanın bir yolu da çeşitleme (diversity) tekniğinden yararlanmaktır. Çeşitleme, tüm kanallarda birden derin sönümlenme olasılığının küçük olacağı varsayımı altında, aynı bilgiyi birden fazla bağımsız kanaldan iletmeye dayanır. Bu bağımsız kanallar frekansta, zamanda ve/veya uzayda (farklı anten) çeşitleme yoluyla yaratılır. Çeşitleme türleri birlikte veya ayrı ayrı bir iletişim sisteminde kullanılabilir. Zaman çeşitlemesinde, gönderilen işaretin en az zayıflamış bir kopyası farklı iletim anlarından birinde elde edilirken frekans çeşitlemesinde bu kopya aynı zaman aralığında farklı frekans bölgelerinden birinden elde edilir. Uzay ya da anten çeşitlemesi ise birden çok verici ve/veya alıcı anten kullanılarak hata başarımlarının artırılmasına dayanır. Alıcı anten sayısını artırarak çeşitleme sağlama

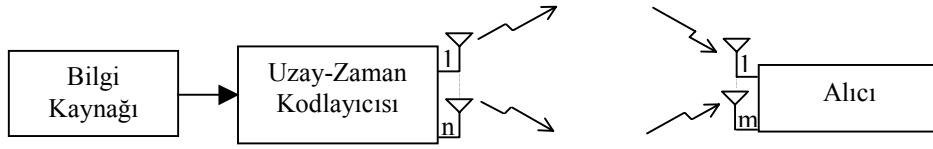
* Bu çalışma 100EE006 no.lu proje çerçevesinde TÜBİTAK tarafından desteklenmektedir.

literatürde yeterince incelenmiş bir konu olmasına karşın çeşitleme için verici anten sayısını artırmak ve bu antenleri kod tasarımı sırasında birlikte göz önüne alarak her biri için farklı kodlayıcılar geliştirmek yeni bir konudur. Bu yeni tekniğe uzay-zaman kodlaması denmektedir [2,3].

Bu bildiriye, uzay-zaman kodlama tekniği MSK modülasyonuna uygulanmakta, iki verici ve bir alıcı anten için iki, dört ve sekiz durumlu uzay-zaman kodlamalı çoklu MSK sistemler önerilmektedir. Bu sistemlerin tasarımlarında, düzgün ve yavaş sönümlemeli kanallarda uzay-zaman kodlarının tasarım ölçütlerini oluşturan rank ve determinant ölçütlerinin eniyileştirilmesi yoluna gidilmiş ve bu amaçla geliştirilen bir kod arama algoritmasından yararlanılmıştır. Önerilen kodların hata başarımları geliştirilen bir bilgisayar benzetim programı yardımıyla incelenmiş, tek verici anten kullanılması ve her iki verici antende aynı MSK kafes kodunun kullanılması durumlarına olan üstünlükleri Rayleigh sönümlemeli kanallar için ortaya konulmuştur.

2 Sistem Modeli

Uzay-zaman kodlaması genel olarak n verici ve m alıcı anten kullanılması ilkesine dayanır (Şekil 1.) ve sönümlemeli kanallara yönelik klasik kafes kodlamalı modülasyon tekniği uzay-zaman kodlama tekniğinin bir verici/bir alıcı anten özel durumu olarak düşünülebilir.



Şekil 1. Uzay-zaman kodlamalı sistem

Uzay-zaman kodlamasında aynı veri bloğu her verici anten için ayrı bir kafes kodlayıcıdan geçirilerek n verici antenden iletilmekte, her alıcı antende, n verici antenden gelen, aynı bilgiye ilişkin farklı işaretler toplanmakta ve alınan işaret dizileri Viterbi algoritması yardımıyla çözülmektedir. Kanal çıkışında, her bir alıcı antende, t . aralıkta elde edilen işaret (1)'deki biçimde verilebilir.

$$r_t^j = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} c_t^i \sqrt{E_s} + n_t^j \quad (1)$$

Burada, $1 \leq j \leq m$ alıcı anten sayısını, c_t^i t . aralıkta i . verici anten tarafından iletilen simgeyi, E_s ortalama simge enerjisini ve n_t^j ise t . zaman aralığında j . alıcı antende ortaya çıkan Gauss dağılımlı, sıfır ortalamalı, boyut başına $N_o/2$ varyanslı istatistiksel bağımsız gürültü örneğini göstermektedir. $\alpha_{i,j}$, i . verici antenden j . alıcı antene kanal kazancı olup sıfır ortalamalı, boyut başına 0.5 varyanslı bağımsız kompleks Gauss dağılımı ile modellenmektedir. Kanal iki değişik biçimde modellenmektedir. İlkinde, kanal kazancı her işaretleme aralığında istatistiksel bağımsız olarak değişmektedir. Bu model hızlı sönümleme olarak adlandırılmaktadır. İkinci modelde ise kanal kazancının değeri bir çerçeve boyunca sabit kalmakta, bir çerçeveden diğerine istatistiksel bağımsız değişmektedir. Bu modele de duruğumsu (quasistatic) sönümleme denmektedir.

Uzay-zaman kodlamalı sistem kullanarak n antenden l süre boyunca (2)'de verilen c kod sözcüğü iletilsin.

$$c = c_1^1 c_1^2 \dots c_1^n c_2^1 c_2^2 \dots c_2^n \dots c_l^1 c_l^2 \dots c_l^n \quad (2)$$

Burada, c kod sözcüğü dizisini oluşturan simgelerin alt indisleri gönderildikleri zaman aralıklarını, üst simgeleri ise o aralık boyunca gönderildikleri verici anteni göstermektedir. Kanaldaki gürültü ve sönümleme etkileri nedeniyle bozulan işaret alınıp Viterbi algoritması yardımıyla çözülmeye çalışıldığında hatayla e kod sözcüğü dizisine karar verilebilir.

$$e = e_1^1 e_1^2 \dots e_1^n e_2^1 e_2^2 \dots e_2^n \dots e_l^1 e_l^2 \dots e_l^n \quad (3)$$

Bu hataya yol çiftleri hatası denir ve Tarokh ve diğerleri tarafından her iki kanal modeli için de bu olasılığın üst sınırı analitik yollarla elde edilmiştir, [2]. Buna göre, duruğumsu sönümlenmeli kanallar için iki adet başarımlı ölçütü vardır. Bu ölçütler oluşturulan yol matrisi yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$B(c, e) = \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \dots & \dots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \dots & \dots & e_l^2 - c_l^2 \\ e_1^3 - c_1^3 & e_2^3 - c_2^3 & \dots & \dots & e_l^3 - c_l^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1^n - c_1^n & e_2^n - c_2^n & \dots & \dots & e_l^n - c_l^n \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$A(c, e) = B(c, e) \cdot B^*(c, e) \quad (5)$$

Duruğumsu sönümlenmeli kanallar için en önemli hata başarımlı ölçütü (4) ve (5) yardımıyla hesaplanan $A(c, e)$ yol matrisinin kertesinin maksimizasyonudur. Bu matrisin kertesinin en yüksek değeri n verici anten sayısıdır. Bu ölçüt yardımıyla tasarlanacak kodların değişik verici antenlerden gönderdikleri simge dizilerinin bağımsızlığı sağlanır. İkincil ölçüt ise yine bu matrisin özdeğerlerinin çarpımıdır. Bu ölçüt ise iletilen kod sözcüğü dizileri arasındaki mesafenin uzaklığını etkiler. Herhangi bir uzay-zaman kodlamalı sistemin hata başarımlı incelenmek isteniyorsa hataya neden olabilecek, yani aynı durumdan başlayıp aynı durumda son bulan tüm yol çiftleri için ölçütler gözlenmelidir. Bu ölçütlerin bir kod içerisindeki en düşük değerleri hata başarımlı etkin terimlerdir.

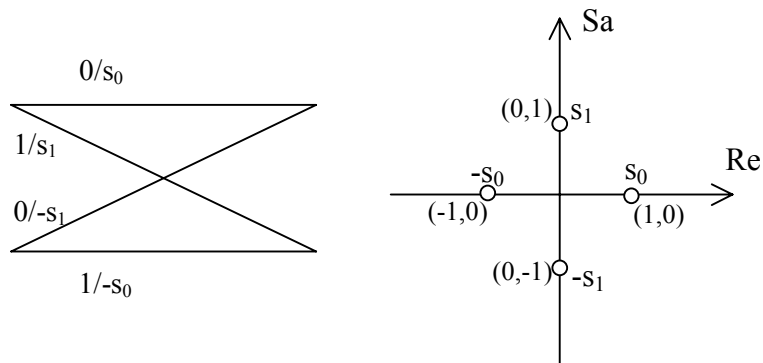
Hızlı sönümlenmeli kanallarda ise ölçütler kafes kodlamalı modülasyonda kullanılan temel ölçütleri andırmaktadır. Kod sözcüğü dizileri göz önüne alınarak uzaklık ve çarpım kriterleri yine her yol çifti için hesaplanır. $1 \leq t \leq l$ zaman aralığında $c_t^1 c_t^2 \dots c_t^n \neq e_t^1 e_t^2 \dots e_t^n$ eşitsizliği en az v zaman aralığı için sağlanmalıdır. Bu ölçüte uzaklık ölçütü denir. İkinci derecede önemli kriter ise uzaklık kriterinin içerdiği eşitsizliği sağlayan zaman aralıkları için çarpımsal uzaklıktır. (6) ve (7) yardımıyla hesaplanabilir.

$$|c_t - e_t|^2 = \sum_{i=1}^n |c_t^i - e_t^i|^2 \quad (6)$$

$$\prod_{t \in v(c, e)} |c_t - e_t|^2 \quad (7)$$

3 MSK için Uzay-Zaman Kodları

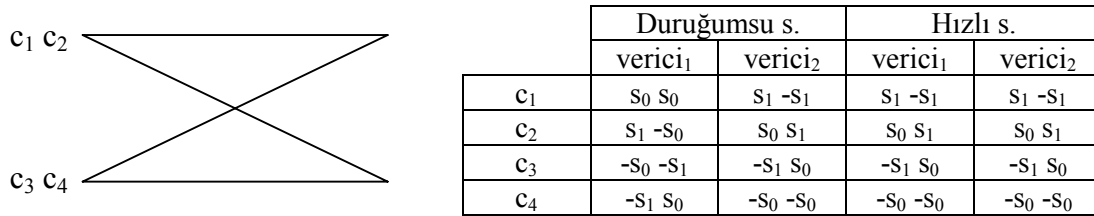
Kodlanmamış MSK modülasyonunun işaret vektörleri ve kafes diyagramı Şekil 2'de görülmektedir.



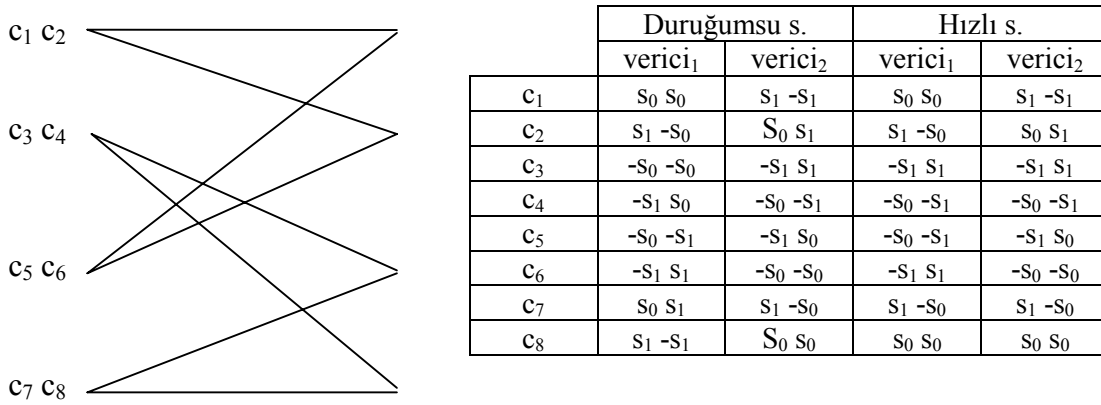
Şekil 2. MSK Kafesi ve İşaret-uzayı diyagramı

Şekil 2'deki MSK kafesinin birden fazlasını art arda getirip birleştirerek çoklu MSK modülasyonuna ulaşılır. Bu modülasyonda kafes dalı başına birden fazla simge eşlenir. Bilgisayar arama algoritması yardımıyla iki verici bir alıcı anten için her iki tür kanal için ayrı ayrı optimum ve optimuma yakın kodlar

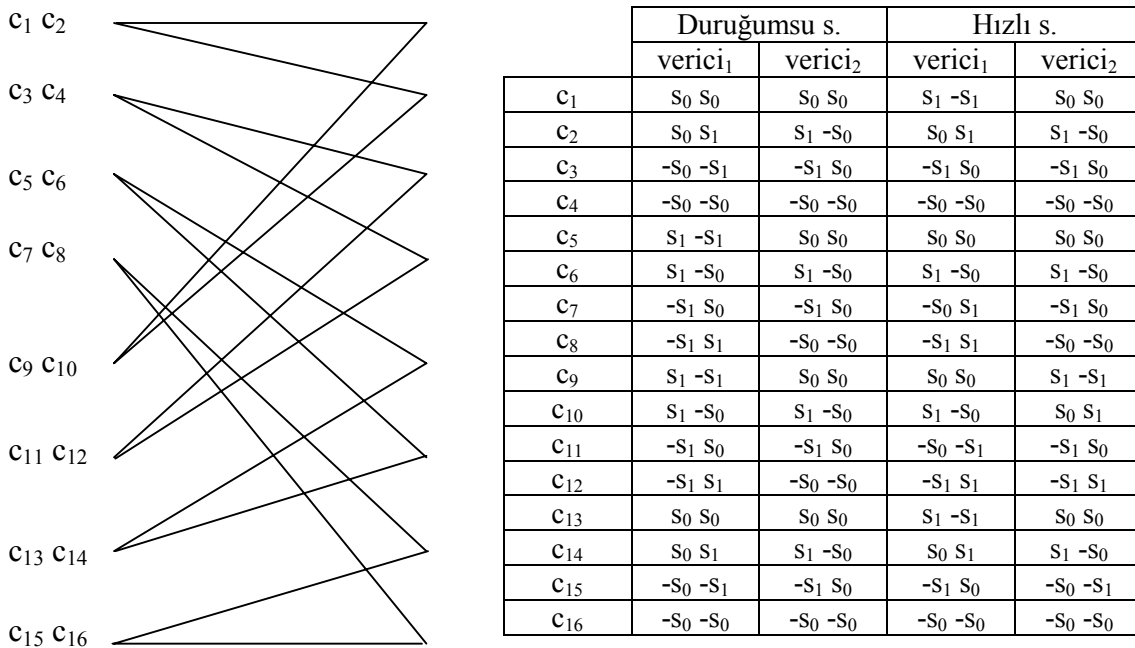
tasarlanmıştır. Arama sonucunda duruğumsu ve hızlı sönmlemeli kanallar için 2 ve 4 durumlu kafeslerde optimum kodlar (Şekil 3 ve 4) , 8 durumlu kafes içinse optimuma yakın kod bulunmuştur, (Şekil5). Duruğumsu sönmlemeli kanallar için elde edilen 2, 4 ve 8 durumlu kodların hepsinin kertesı 2 iken, özdeğer çarpımları, sırasıyla, 64,128 ve 96'dır. Hızlı sönmlemeli kanallar için bulunan 2, 4 ve 8 durumlu kodların ise, uzaklıkları sırasıyla, 4, 6 ve 7 iken, çarpımsal uzaklıkları 1024, 36864 ve 6912'dir. Kod araması sırasında karşılaşılan temel problem bilgisayar arama programının 8 durumlu optimum kodu bulması için gereken işlem süresinin oldukça büyük olmasıdır. Bu nedenle, her iki kanal tipi için de 8 durumlu optimum kodlar bulunamamış, bunlar yerine kısıtlı seçenek kümesi içersinden optimuma yakın kodlar elde edilmiştir.



Şekil 3. Duruğumsu ve hızlı sönmlemeli kanallar için 2 durumlu 1/2 oranlı optimum MSK kodları



Şekil 4. Duruğumsu ve hızlı sönmlemeli kanallar için 4 durumlu 1/2 oranlı optimum MSK kodları



Şekil 5. Duruğumsu ve hızlı sönmlemeli kanallar için 8 durumlu 1/2 oranlı optimuma yakın MSK kodları

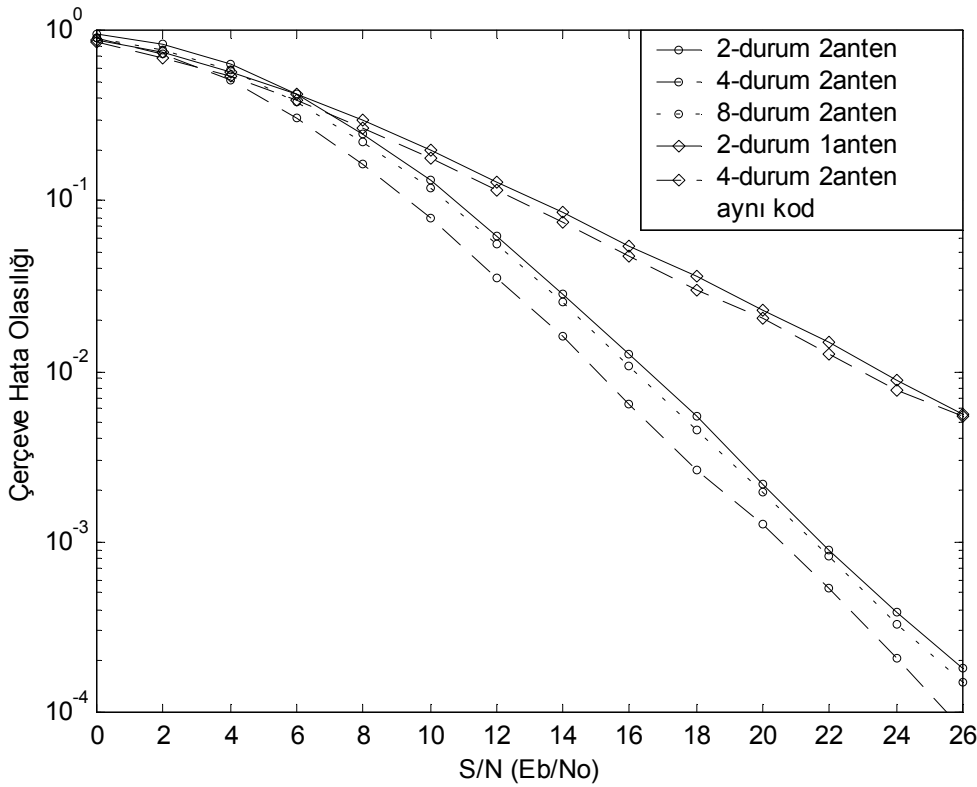
4 Hata Başarımı

Bölüm 3’ de tasarlanan uzay-zaman kodların hata başarımını incelemek amacıyla bilgisayar benzetimleri yapılmıştır. Bu benzetimler sırasında ele alınan sistemde bir çerçeve 100 kafes adımından oluşmaktadır. Alıcı tarafta sönümlenmeli kanal durum bilgisinin ideal olarak kestirildiği varsayılmıştır.

Duruğumsu kanallarda uzay-zaman kodlaması yararını vurgulamak amacıyla ilk olarak Şekil 3’teki kafese sahip $(c_1, c_2, c_3, c_4) = (s_0, s_0, s_0, s_1, -s_1, s_0, -s_0, -s_0)$ MSK kodunu kullanan tek verici-tek alıcılı sistem ele alınmıştır. Bu kodun kertesesi 1, özdeğer çarpımı ise 12’dir. İkinci olarak da 4 durumlu kod için iki antenden aynı $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8) = (s_1, -s_1, s_0, s_1, -s_0, -s_0, -s_1, s_0, -s_1, s_0, -s_0, -s_0, s_0, s_1, s_1, -s_1)$ MSK kodunu kullanan sistem ele alınmıştır. Bu kodun da kertesesi 1, özdeğer çarpımı 32’dir.

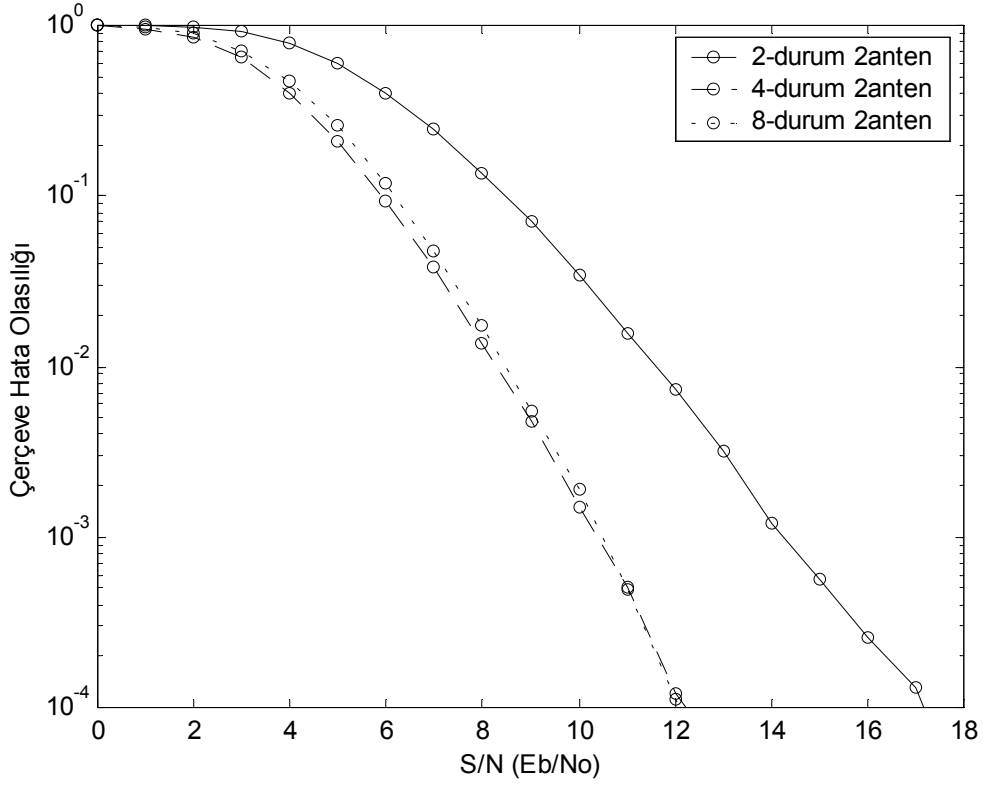
Benzetim ile sözkonusu kodların değişik işaret-gürültü oranlarında Rayleigh dağılımlı sönümlenmeli kanalda çerçeve hata olasılığı elde edilmiş ve karşılaştırmalı olarak aşağıdaki şekillerde verilmiştir.

Şekil 6 ve Şekil 7’ de sırasıyla, duruğumsu ve hızlı sönümlenmeli kanallar için benzetim sonuçları verilmiştir.



Şekil 6. Duruğumsu sönümlenmeli kanal için benzetim sonuçları

Şekil 6’ daki benzetim sonuçları incelendiğinde, tek antenlik kod ile iki antenden aynı işareti gönderen kodun diğerlerine karşı oldukça kötü bir hata başarımına sahip olduğu kolayca görülebilir. Bunun nedeni bu iki koda ilişkin kertenin 1 olmasıdır. Kertesesi 2 olan diğer kodlar incelendiğinde ise aynı kerteğe sahip bu kodların hata başarım eğrileri özdeğer çarpımları sırasındadır. En yüksek özdeğer çarpımına sahip 4-durumlu kodun hata başarımı beklendiği üzere en yüksektir.



Şekil 7. Hızlı sönümlenmeli kanal için benzetim sonuçları

Hızlı sönümlenmeli kanallar için tasarlanan kodların bilgisayar benzetim sonuçları incelendiğinde ise, en önemli hata başarım ölçütü olan uzaklık ölçütünün hata başarımı üzerine etkisi açıkça görülmektedir. 10^{-4} hata olasılığına ulaşmak için 2-durumlu kod 17dB işaret-gürültü oranı isterken 4 ve 8 durumlu kodlar için 12dB' dir. Burada, 4 ve 8 durumlu kodlar için yakın değerler alan uzaklık ölçütünün düşük işaret-gürültü oranlarında etkisini gösteremediği, yüksek işaret-gürültü oranlarına yaklaşıldıkça 8 durumlu kodun daha yüksek hata başarımına sahip olacağı söylenebilmektedir.

5 Sonuç

Bu bildiride yakın zamanda ortaya atılmış olan iletim çeşitlenmesi temelli Uzay-zaman kodlaması tekniği ilk kez MSK modülasyonuna uygulanmış ve gezgin kanallarda uzay-zaman kodlamasının getirdiği güç verimliliği ile MSK modülasyonunun getirdiği bandverimliliğinden birlikte yararlanılmıştır. Duruğumsu ve hızlı sönümlenmeli kanallar için tasarım ölçütleri göz önüne alınarak optimum kodlar elde edilmiş ve bu kodların hata başarımları bilgisayar benzetimi yardımıyla incelenmiş, referans sistemlere üstünlükleri açıkça ortaya konmuştur.

Kaynakça

- [1] Leib H., Pasupathy S., "Error-Control Properties of Minimum Shift Keying", *IEEE Communications Magazine*, Vol.31, No.1, ss.52-61, Ocak 1993
- [2] Tarokh V., Seshadri N., Calderbank A.R., "Space-Time Codes for high Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol.44, No.2, ss.744-765, Mart 1998
- [3] Tarokh V., Naguib A., Seshadri N., Calderbank A.R., "Space-Time Codes for high Data Rate Wireless Communication: Performance Criteria in the Presence of Channel Estimation Errors, Mobility, and Multiple Paths ", *IEEE Transactions on Communications*, Vol.47, No.2, ss.199-207, Şubat 1999